

Arytmetyka binarna

Cyfrowe urządzenia elektroniczne wykorzystują dwójkowy system pozycyjny inaczej zwany binarnym. W którym liczby zapisujemy za pomocą dwóch cyfr arabskich 0 i 1. Np.

$$10101_B = 1_4 0_3 1_2 0_1 1_0 = 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 16 + 4 + 1 = 21_D$$

Dodawanie liczb binarnych

Oparte jest na tabliczce dodawania, w której występują cztery sumy cząstkowe

$0 + 0 = 0$, $0 + 1 = 1$, $1 + 0 = 1$, $1 + 1 = 0$ i 1 dalej

Trzy pierwsze sumy nie wymagają komentarza, natomiast czwarta suma $1 + 1$, daje wynik 0 w bieżącej kolumnie oraz przenosi jedynkę do następnej kolumny (w lewo) gdzie jest ona dodawana do stojącej tam liczby. Np.

$$\begin{array}{r} +1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1_B \\ + \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1_B \\ \hline 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0_B \end{array}$$

Czarne strzałki oznaczają przeniesienie jedynki do kolumny sąsiedniej, górne strzałki wskazują wyniki zsumowania cyfr liczby binarnej oraz przeniesionych jedynek. Strzałki półokrągłe wskazują, że wynik z wcześniejszego obliczenia należy dodać do drugiej liczby w danej kolumnie. Strzałka w dół informuje nas że jedynka za przeniesienia wyszła poza zakres sumowanych liczb, zostaje ona przepisana do wyniku.

Odejmowanie liczb binarnych

Opiera się na tabliczce odejmowania, w której występują cztery różnice cząstkowe:

$0 - 0 = 0$, $1 - 0 = 1$, $1 - 1 = 0$, $0 - 1 = 1$ i pożyczka. Np.

$$\begin{array}{r} \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ - \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 1 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

Czarna strzałka oznacza pożyczkę jedynki z następnej kolumny. Górna strzałka wskazuje wynik odejmowania pożyczki od cyfry bin. Strzałka półokrągła informuje, że od wyniku wcześniejszego obliczenia należy odjąć drugą liczbę w danej kolumnie.

Mnożenie liczb binarnych

Opiera się na prostej tabliczce mnożenia, w której znajdują się cztery iloczyny cząstkowe:

$0 \times 0 = 0$, $1 \times 0 = 0$, $0 \times 1 = 0$, $1 \times 1 = 1$ Np.

1.
2.
3.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

4.

1. Mnożną mnoży się przez kolejne liczby mnożnika, a uzyskane wyniki wprowadza się, zaczynając od aktualnie używanej cyfry mnożnika.
2. Powstaje słupek, w którym każdy kolejny wiersz jest przesunięty o jedną cyfrę w lewo.
3. Zero w mnożniku oznacza, że wszystkie iloczyny również będą miały wynik zerowy, można więc pominąć taki wiersz w późniejszych obliczeniach.
4. Ostatecznie wiersze powstałe przy przemnażaniu mnożnej przez mnożnik sumujemy i otrzymujemy wynik końcowy.

Dzielenie liczb binarnych

Jest to teoretycznie najtrudniejsza operacja na liczbach binarnych. Jedną z metod wykonywania ilorazu liczb binarnych jest cykliczne odejmowanie odpowiednio przesuwanego dzielnika od dzielnej.

1.
2.
3.

$$\begin{array}{r} \\ \\ \\ \\ + \\ \hline 1 \end{array}$$

4.

1. Dzielenie zaczyna się od podstawienia dzielnika pod dzielną, począwszy od jej najstarszej cyfry (lewa strona). Następnie sprawdza się, czy dzielnik można odjąć od fragmentu dzielnej. Jeżeli tak, to w wyniku wprowadza się jedynkę - w kolumnie nad najmłodszą cyfrą dzielnika (prawa strona).

2. Następnie odejmuje się cyfry i uzupełnia brakujące znaki w powstałej dzielnej cyframi przypisanymi z dzielnej oryginalnej.
3. Jeżeli dzielnika nie da się odjąć od fragmentu dzielnej, w wyniki wprowadza się zero, a dzielną przepisuje się bez zmian. Cały proces powtarza się aż do momentu uzyskania ostatniej cyfry w wyniku.
4. Jeżeli ostatnie odejmowanie nie może być wykonane lub z ostatniej różnicy nie wychodzą zera, przypisana dzielna lub liczba powstała z różnicy stanowi resztę dzielenia.

Bartłomiej Pieroszczuk